

2005 年度夏学期 量子論試験問題

吉岡大二郎教員

2005 年 7 月 25 日

90 分

- [1] 「等確率の原理」を 5 行以内で説明せよ。
- [2] 統計力学におけるエントロピーと温度の定義しを記し、5 行程度で説明せよ。
- [3] 温度 T のね強く中のマクロな系のエネルギーはさまざまな値をとりうる。系がエネルギー E のひとつのミクロな状態にある相対確率について、式を示し、そのようになる理由を簡単に説明せよ。
- [4] 分配関数とは何か？式を用いて 5 行程度で説明せよ。自由エネルギーとの関係も言及せよ。
- [5]
- (1) 1 個の調和振動子のエネルギーは量子力学により次の値しかとれない。 $E = n\hbar\omega$ 。ここで $n = 0, 1, 2, \dots$ は非負整数、 ω は調和振動子の角振動数、 $\hbar = h/2\pi$ で h はプランク定数である。但し零点振動の部分はこれからの議論に関係ないので取り除いてある。この調和振動子の分配関数 Z を求めよ。
 - (2) 振動子が n 個のエネルギー量子を持つ、即ち $E = n\hbar\omega$ となる確率を与える式を記せ。
 - (3) n の平均値 $\langle n \rangle$ を求めよ。
 - (4) この振動子の自由エネルギー F と内部エネルギー U を求めよ。
 - (5) N をマクロな数、例えば $N \geq 10^{20}$ とする。今 N この調和振動子があって、全ての振動子の振動数は異なり、 j 番目 ($j = 1, 2, 3, \dots, N$) の振動子の角振動数は $\omega_j = (j/N)^2\Omega$ であるとする。 $\hbar\Omega/k_B = 300\text{K}$ の場合、 1K 程度以下の温度では、この N この調和振動子からなる系の内部エネルギーと比熱は、それぞれ $U \propto T^\alpha$, $C \propto T^\beta$ と振る舞うことが期待される。 α と β はいくつになるか調べよ。