

量子論試験問題

清水明教員

平成17年2月7日

90分

問1 量子論の基本的な枠組みについての問い1.1, 1.2と、演算子形式の量子論についての問い1.3に答えよ。

1.1 量子論においては、2つの状態 ϕ, ϕ' が、「同じ状態」である、「異なる状態」である、とは、それぞれどのように定義されるか？

1.2 古典論においては、すべての物理量は、どの瞬間にも、それぞれひとつずつ定まった値を持っていると仮定していた。この仮定は、量子論ではどのように変わったか？

1.3 演算子形式の量子論において、自己共役演算子 \hat{A} で表される物理量を測ったときに、ボルの確率規則で与えられる測定値 a を得る確率 $P(a)$ は、確率として満たすべき次の性質を必ず持つことを示せ：

$$P(a) \geq 0 \quad (1)$$

$$\sum_a P(a) = 1 \quad (2)$$

問2 ある量子系のハミルトニアン \hat{H} の、固有値 E_n と、規格化された固有ベクトル $|n\rangle$ が、すべて求まっているとする。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$

2.1 初期時刻 ($t = 0$) における状態ベクトルが、 $\varphi(0) = |n\rangle$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) であるとき、時刻 t における状態ベクトル $\varphi(t)$ を求めよ。

2.2 初期時刻 ($t = 0$) における状態ベクトルが、 $\varphi(0) = \sum_n c_n |n\rangle$ であるとき、時刻 t における状態ベクトル $\varphi(t)$ を求めよ。

2.3 初期時刻 ($t = 0$) における状態ベクトルが、 $\varphi(0) = c_1 |1\rangle + c_2 |2\rangle$ (ただし、 $E_1 \neq E_2$) であるとき、この量子系の状態が $t = 0$ における状態に戻る時刻 t はいくらか？

問3 1次元空間を運動する粒子について、次の波動関数で表される状態を考える：

$$\varphi(x) = \left(\frac{1}{\pi l^2}\right)^{1/4} \exp\left\{ikx - \frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{l}\right)^2\right\} \quad (3)$$

ただし l, k, x_0 は正の定数である。任意の正数 a と任意の複素数 ξ について成り立つ公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x+\xi)^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (4)$$

を用いて以下の問に答えよ。

3.1 位置を測った時の期待値 $\langle r \rangle$ を求めよ。

3.2 運動量を測った時の期待値 $\langle p \rangle$ を求めよ。

3.3 位置を測った時の揺らぎ (標準偏差) δx を求めよ。

第4問 講義や試験について、良い点・悪い点・感想などを述べよ。3行以上あれば内容の如何にかかわらず、一律に多少の点を与えるので、自由に思ったとおりに書くこと。