数学１B試験問題

R. ウィロックス教員

平成 16 年 9 月 1 日

1．$x_1 = \sqrt{2}$ ，$x_{n+1} = \sqrt{2+x_n}$ によって数列 $\{x_n\}$ を定める。$\{x_n\}$ が収束することを証明し、$\lim_{n\to+\infty} x_n$ を求めよ。

2．次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x\to a+0} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{\sqrt{x^2-a^2}} \quad (a>0) \qquad (2) \lim_{x\to 0+0} \left(\frac{1}{\sin(x)}\right)^x$$

$$(3) \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{(\sin(x))^2 - \frac{1}{x^2}}\right) \qquad (4) \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^3)-(\sin(x))^3}{x(\cos(2x)-(\cos(x))^4)}$$

3．次の定積分を求めよ。

$$(1) \int_3^5 \frac{dx}{(x-1)(x-2)^2} \qquad (2) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x+2}}$$

4．区間 $[a,b]$ において、$f(x)$ が n 回連続微分可能であるとき、

$$f(b) = f(a) + (b-a)\frac{df}{dx}|_{x=a} + \frac{(b-a)^2}{2!}\frac{d^2f}{dx^2}|_{x=a} + \cdots + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!}\frac{d^{n-1}f}{dx^{n-1}}|_{x=a} + R_n$$

$$R_n = \frac{1}{(n-1)!}\int_a^b (b-a)^{n-1}\frac{d^nf}{dx^n}dx$$

となることを証明せよ。