

# 2003年度冬学期 数学1B試験問題

藤原毅夫教員

2004年3月2日

問1 以下の微分方程式を解け。

(1)

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 6x^4$$

(2)

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

(3)

$$y'' + x^2 y' + 3xy = 0$$

の解を、通常点  $x = 0$  の周りの級数解として求めよ。

問2 ストークスの定理  $\int \int_S d\mathbf{S} \cdot \text{rot} \mathbf{A} = \int_l d\mathbf{r} \cdot \mathbf{A}$  を用いて、3次元円筒座標  $(r, \theta, z) \{x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = z\}$  における  $\text{rot} \mathbf{A}$  が以下のようになることを示せ。

$$\begin{aligned} (\text{rot} \mathbf{A})_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ (\text{rot} \mathbf{A})_\theta &= \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ (\text{rot} \mathbf{A})_z &= \frac{1}{r} \left( \frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \end{aligned}$$

問3 次の3つの境界条件のもとで、(存在するならば)

$$J[u] = \int_0^1 dx (u'^2 + 2u)$$

の最小値をもとめ、その時の  $u(x)$  を示せ。

- (1)  $u(0) = 1, u(1) = 2$
- (2)  $u(0) = 1, x = 1$  は自由。
- (3) 両端で自由。