

2005年度冬学期 数学1B試験問題

藤原毅夫教員

2006年3月7日

問1 以下の微分方程式を解け。

(1)

$$y'' - \omega^2 y = 1 + 2x$$

(2)

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

問2 ストークスの定理 $\int \int_S d\mathbf{S} \cdot \text{rot}\mathbf{A} = \int_l d\mathbf{r} \cdot \mathbf{A}$ を用いて、3次元円筒座標 $(r, \theta, z) \{x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = z\}$ における $\text{rot}\mathbf{A}$ が以下のようになることを示せ。

$$\begin{aligned} (\text{rot}\mathbf{A})_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ (\text{rot}\mathbf{A})_\theta &= \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ (\text{rot}\mathbf{A})_z &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \end{aligned}$$

問3 境界条件の $u(0) = 0, u(1) = 1$ もとで

$$J[u] = \int_0^1 dx \sqrt{1 + u'^2}$$

の最小値をもとめ、その時の $u(x)$ を示せ。