

# 2002年度冬学期 数学1 B 試験問題

藤原毅夫教員

2003年3月4日

問1 以下の微分方程式を解け。

(1)

$$y'' - 2y' + 5y = 6 \cos^2 x$$

(2)

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 3z \\ \dot{y} = 2y - z \\ \dot{z} = 2z \end{cases}$$

(3)

$$(9 + x^2)y'' - 2y = 0$$

の解を、通常点  $x = 0$  の周りの級数解として求めよ。

問2 ストークスの定理  $\int \int_S d\mathbf{S} \cdot \text{rot} \mathbf{A} = \int_l d\mathbf{r} \cdot \mathbf{A}$  により、3次元極座標  $(r, \theta, \phi)$  における回転 (rot) が以下のようになることを示せ。

$$(\text{rot} \mathbf{A})_r = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial A_\phi \sin \theta}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right)$$

$$(\text{rot} \mathbf{A})_\theta = \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right)$$

$$(\text{rot} \mathbf{A})_\phi = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right)$$

問3 境界条件  $u(0) = u(1) = 0$  のもとで

$$F[u] = \int_0^1 dx \left( \frac{1}{2} u'^2 - 8u^2 + u \right)$$

の停留関数をもとめ、その時の  $F$  の値を計算せよ。